



		DST de :	<b>MATHEMATIQUES</b>	
Date du DST :	Vendredi 10 novembre 2023	Durée de l'épreuve :	<b>2 heures</b>	
Nom du professeur :	Mme FAHLAOUI	Classe :	<b>T1e STMG</b>	
Matériel autorisé :	<ul style="list-style-type: none"> <li>L'usage de la calculatrice graphique est autorisé pour cette épreuve.</li> <li>L'usage de la calculatrice sans mémoire « type <b>collège</b> » est autorisé pour cette épreuve.</li> </ul>			
Consignes particulières :	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ne pas rendre le sujet ; seulement la page 5 du sujet complétée.</li> <li>Soigner la rédaction.</li> </ul>			

### Exercice 1

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Compléter le tableau mis en annexe. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'enlève pas de point.

1.  $10^{2,5} \times 10^2$  est égal à :

- a.  $10^{4,5}$                       b.  $10^5$                       c.  $100^5$                       d.  $10^{1,25}$

2. Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 2$  et de raison  $-1$ . Alors la somme  $u_0 + \dots + u_5$  vaut :

- a.  $6 \times \frac{2-5}{2}$                       b.  $5 \times \frac{2-3}{2}$                       c.  $-3$                       d.  $-2,5$

3. Soit  $(u_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = 3n^2 + 5$ . On a :

- a.  $u_{n+1} = 3n^2 + 6$                       b.  $u_{n+1} = 3n^2 + 8$                       c.  $u_{n+1} = 3n^2 + 6n + 8$                       d.  $u_{n+1} = 3n^2 + 5$

4.  $(u_n)$  est une suite arithmétique de premier terme  $u_1 = -1$  et de raison 3. On a :

- a.  $u_n = -4 + 3n$                       b.  $u_{n+1} = -1 + 3n$                       c.  $u_{n+1} = -n + 3$                       d.  $u_{n+1} = 3n + 1$

**Exercice 2**

1. Après simplification des expressions suivantes, exprimer les nombres suivants sous forme  $a^x$  :

(a)  $\left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^6$

(b)  $\frac{6^{4,5} \times 6^{2,3}}{(6^{1,5})^3}$

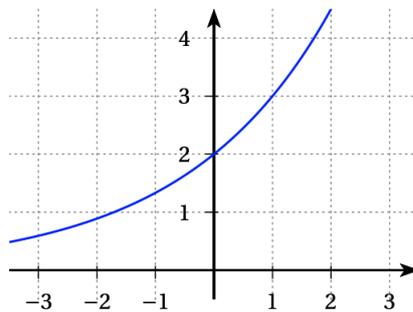
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $\left(\frac{7}{5}\right)^{5x} \leq \left(\frac{7}{5}\right)^{-8}$

3. Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes sur  $\mathbb{R}$  :

(a)  $f : x \mapsto -0,4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^x$

(b)  $g : x \mapsto 1,2 \times 95^x$

4. On a représenté ci-dessous une fonction  $f$  du type :  $x \mapsto k \times a^x$ .



Déterminer les valeurs de  $k$  et de  $a$  en utilisant le graphique.

**Exercice 3**

Au 1er janvier 2019, la France compte 66,9 millions d'habitants. On estime son taux de croissance annuel à 0,4 %.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre de millions d'habitants en France au 1er janvier de l'année 2019 +  $n$  et on admet que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique.

1. Donner la raison de la suite  $(u_n)$ . Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Proposer l'expression d'une fonction  $f$  permettant d'exprimer le nombre de millions d'habitants en France  $x$  années après le 1er janvier 2019,  $x$  étant un nombre réel.
3. Déterminer, selon ce modèle, le nombre d'habitants en France au 1er janvier 2022, 1er juillet 2023 et au 1er octobre 2025.

**Exercice 4**

Thomas Malthus (1766-1834) est un économiste britannique connu pour ses travaux concernant les rapports entre population et production de denrées alimentaires. L'objectif de cet exercice est d'étudier le modèle établi par cet économiste dans son ouvrage *Essai sur le principe des populations* publié en 1798.

**PARTIE 1 : Étude de l'évolution d'une population**

Un pays possède, en 1800, une population de 20 millions d'habitants (soit 20 000 milliers).

Pour tout entier positif  $n$ , on note  $u_n$  la population, en milliers, de ce pays en l'année  $1800 + n$ . On a donc  $u_0 = 20\,000$ .

Au regard des années précédentes, Malthus émet l'hypothèse qu'à partir de l'année 1800 la population de ce pays va augmenter de 1 % par an.

1. Justifier que  $u_1 = 20\,200$ . Que représente cette valeur ?
2. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ? Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Calculer la population obtenue en 1900 selon ce modèle.

Arrondir ce résultat au million d'habitants.

**PARTIE 2 : Étude de l'évolution de la production de denrées alimentaires**

Malthus constate qu'en 1800 ce pays peut nourrir une population de 25 millions d'habitants.

Pour tout entier positif  $n$ , on note  $v_n$  le nombre de personnes en milliers que peut nourrir ce pays en l'année  $1800 + n$ .

On a donc  $v_0 = 25\,000$ .

Il fait l'hypothèse que grâce au progrès technique, chaque année le pays peut nourrir 10 000 personnes supplémentaires.

1. Justifier que  $v_1 = 25\,010$ . Que représente ce résultat ?
2. Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ? Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
3. Combien de personnes peuvent-êtré nourries en 1900 selon ce modèle ?

Que remarque-t-on ?

**PARTIE 3 : Étude conjointe des deux suites**

Dans la feuille de calcul donnée en **annexe page 4**, les termes de la suite  $(u_n)$  sont arrondis au dixième.

1. Quelle formule peut-on inscrire dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie automatique vers le bas, les autres termes de la suite  $(u_n)$  ?
2. Quelle formule peut-on inscrire dans la cellule D3 pour obtenir, par recopie automatique vers le bas, les autres termes de la suite  $(v_n)$  ?
3. Selon les modèles de Malthus, à partir de quelle année ce pays ne serait plus en capacité de nourrir l'ensemble de sa population ?
4. Appliquée à l'Angleterre, la modélisation de Malthus ci-dessus s'est révélée inexacte.

Pour quelles raisons, selon vous, la famine attendue ne s'est-elle heureusement pas produite ?

## Annexe de l'exercice 4 :

	A	B	C	D
1	Année	Indice $n$	Suite $u$	Suite $v$
2	1800	0	20 000,0	25 000
3	1801	1	20 200,0	25 010
4	1802	2	20 402,0	25 020
5	1803	3	20 606,0	25 030
6	1804	4	20 812,1	25 040
7	1805	5	21 020,2	25 050
8	1806	6	21 230,4	25 060
9	1807	7	21 442,7	25 070
10	1808	8	21 657,1	25 080
11	1809	9	21 873,7	25 090
12	1810	10	22 092,4	25 100
13	1811	11	22 313,4	25 110
14	1812	12	22 536,5	25 120
15	1813	13	22 761,9	25 130
16	1814	14	22 989,5	25 140
17	1815	15	23 219,4	25 150
18	1816	16	23 451,6	25 160
19	1817	17	23 686,1	25 170
20	1818	18	23 922,9	25 180
21	1819	19	24 162,2	25 190
22	1820	20	24 403,8	25 200
23	1821	21	24 647,8	25 210
24	1822	22		
25	1823	23		
26	1824	24		
27	1825	25		
28	1826	26		

**NOM Prénom :**

**Barème :**

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4-PARTIE 1	Exercice 4-PARTIE 2	Exercice 4-PARTIE 3
Total	4	5	3	2,5	2,5	3

**Annexe de l'exercice 1 :**

Numéro de la question	1	2	3	4
Réponse				